Review: Exponential & Logarithmic Functions

1) Evaluate

a) $\log_3 9$ 　　　　 b) $\log_2 16$ 　　　　 c) $\log_{10} 1000$ 　　　　 d) $\log_5 125$

e) $\log_6 1$ 　　　　 f) $\log_2\left(\dfrac{1}{2}\right)$ 　　　　 g) $\log_3 \sqrt{3}$ 　　　　 h) $\log_a a^7$

2) Apply the Laws of Logarithms to the following.

a) $\log_{10}(14 \times 29)$ 　　 b) $\log_2(11 \times 13 \times 15)$ 　 c) $\log_3 2^{10}$ 　　 d) $\log_{10}\left(\dfrac{61}{43}\right)$ 　　 e) $\log_5 \sqrt{37}$

f) $\log_{10}\left(\dfrac{1}{6}\right)$ 　　 g) $\log_2(3\pi)$ 　　 h) $\dfrac{1}{2}\log_3 25$ 　 i) $\log_2 24 - \log_2 4$ 　 j) $\log_5\left(\dfrac{12 \times 97}{35}\right)$

3) Evaluate

a) $\log_{10} 0.00001$ 　　 b) $\log_4 64$ 　　 c) $\log_2 \dfrac{1}{128}$ 　　 d) $\log_2 \sqrt{2}$ 　　 e) $\log_7 343$

f) $\log_3 9\sqrt{3}$ 　　 g) $\log_{10} 10^{3.7}$ 　　 h) $10^{\log_{10} 97}$ 　　 i) $\log_8 4 + \log_8 16$ 　 j) $\log_5 250 - \log_5 2$

4) Solve the following equations for x.

a) $\log_8 x = 5$ 　　　　　　　　　　 b) $\log_x 216 = 3$

c) $\log_{10} \sqrt[5]{10} = x$ 　　　　　　　 d) $\log_5 x = -4$

e) $4\log_{10} x = \log_{10} 81$ 　　　　　 f) $\log_6 x - \log_6 4 = \log_6 8$

g) $\log_8(x+5) - \log_8(x-2) = 1$ 　　 h) $\log_8(x+5) + \log_8(x-2) = 1$

5) Express as a single logarithm.

a) $\log_{10} x - 2\log_{10} \sqrt{y^2}$ 　　　　　 b) $3\log_2 x + 6\log_2 y$

c) $\log_3 M + \log_3 N + \dfrac{1}{2}\log_3 P$ 　　 d) $4\log_5 A - \dfrac{1}{2}\log_5 B$

6) Find the roots of the following equations correct to 4 decimal places.

a) $3^x = 15$ 　　 b) $4^{5x} = 6$ 　　 c) $2^{-\frac{x}{2}} = 1.6$ 　　 d) $10^{5-2x} = 18$

7) A bacteria culture doubles every 20 min. After an hour there are 32 000 bacteria.

a) What is the initial size of the culture? 　　 b) What is the size after t minutes?

c) What is the size after $\dfrac{1}{2}$ h? 　　　　　 d) What is the size after 6 h?

8) A bacteria culture starts with 10 000 bacteria. After 40 min the count is 30 000. What is the doubling period?

9) A sample of Radon-211 decays to 30% of its original mass in 29 h. What is the half-life of Rn^{211}?

10) The half-life of V^{48} is 16 d.

   a) Find the amount remaining from a 120 mg sample after i) t days; ii) 256 d; iii) 40 d.

   b) How many days will it take to decay to 1 mg?

11) Solve the following equations.

   a) $\log_2(3x+2)+\log_2(x-2)=3$ b) $2^{x^2+x}=5$

   c) $10^{2^x}=15$ d) $\log_5(\log_{10}x)=2$
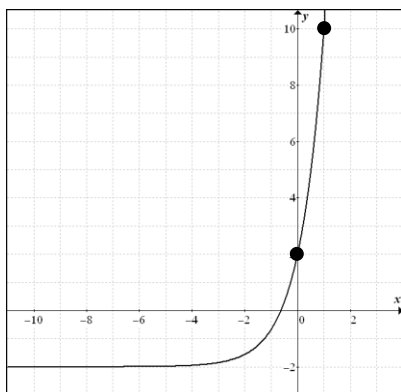
12) Find the domain of the function $f(x)=\log_{10}(3+2x)$.
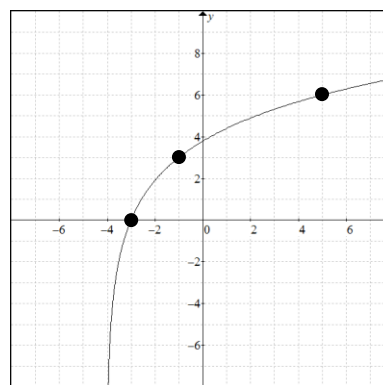
13) Find the domain of the function $g(x)=\log_2(x-x^2)$.

14) Determine the equation for the following graphs,

   a)

   b)

Answers

1a) 2 b) 4 c) 3 d) 3 e) 0 f) -1 g) $\frac{1}{2}$ h) 7 2a) $\log_{10}14+\log_{10}29$ b) $\log_2 11+\log_2 13+\log_2 15$ c) $10\log_3 2$

d) $\log_{10}61-\log_{10}43$ e) $\frac{1}{2}\log_5 37$ f) $-\log_{10}6$ g) $\log_2 3+\log_2 \pi$ h) $\log_2 5$ i) $\log_2 6$ j) $\log_5 12+\log_5 97-\log_5 35$

3a) -5 b) 3 c) -7 d) $\frac{1}{2}$ e) 3 f) $\frac{5}{2}$ g) 3.7 h) 97 i) 2 j) 3   4a) 8^5 b) 6 c) $\frac{1}{5}$ d) 5^{-4} e) 3 f) 32 g) 3 h) 3

5a) $\log_{10}\left(\frac{x}{y^2}\right)$ b) $\log_2(x^3y^6)$ c) $\log_3(MN\sqrt{P})$ d) $\log_5\left(\frac{A^4}{\sqrt{B}}\right)$ 6a) 2.4649 b) 0.2584 c) -1.3561 d) 1.8723

7a) 4000 b) $4000(2)^{\frac{t}{20}}$ c)11313 d)1.05×10^9 8) 25.24 min 9) 16.69 h 10a) i) $120(2)^{-\frac{t}{16}}$ mg ii) 0.0018311 mg iii) 21.213203mg

b) 110.5 d 11a) $\frac{2+2\sqrt{10}}{3}$ b) $\frac{-1\pm\sqrt{1+4\log_2 5}}{2}$ c) $\log_2(\log_{10}15)$ d) 10^{25} 12) $x>\frac{-3}{2}$ 13) $0<x<1$

14a) $y=4(3^x)-2$ b) $y=3\log_3(x+4)$